

Wykład IV

Odbicie i transmisja

Widmo
Słońca

Absorpcja
światła

Kreacja
par
elektron
- dziura

Dryft/dyfuzja
nośników

Separacja
nośników

Zbieranie
nośników

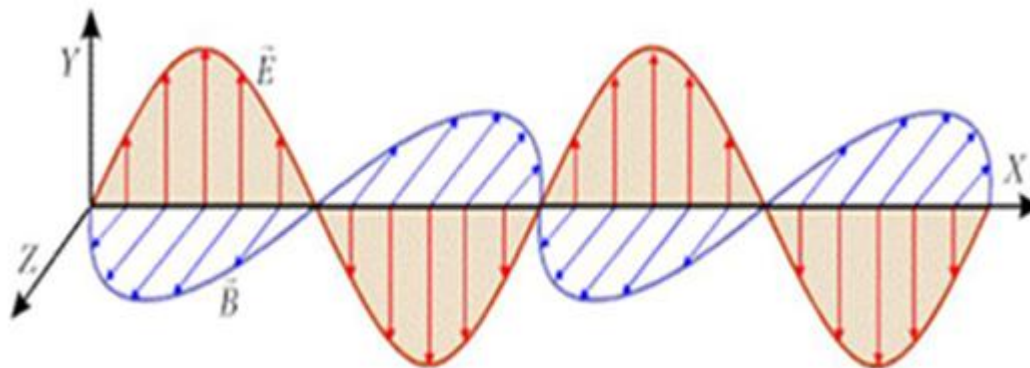
ang. Light Management Methods

Wydajność konwersji energii słonecznej:

$$\eta = \frac{E_{wy}}{E_{we}}$$

$$\eta_{całkowite} = \eta_{absorpcja} \times \eta_{kreacja} \times \eta_{dryft/dyf} \times \eta_{separ} \times \eta_{zbierania}$$

Prędkość fazowa fali em.



W próżni

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

W ośrodku

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n}$$

Oddziaływanie światła z materią

Właściwości optyczne ośrodka absorbującego światło opisuje zespolona funkcja dielektryczna

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + i\epsilon_2$$

Ponieważ $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}} \quad \longrightarrow \quad \tilde{n} = n + i\kappa$

Po przekształceniu otrzymujemy:

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon_1$$

$$2n\kappa = \epsilon_2$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

Małe κ

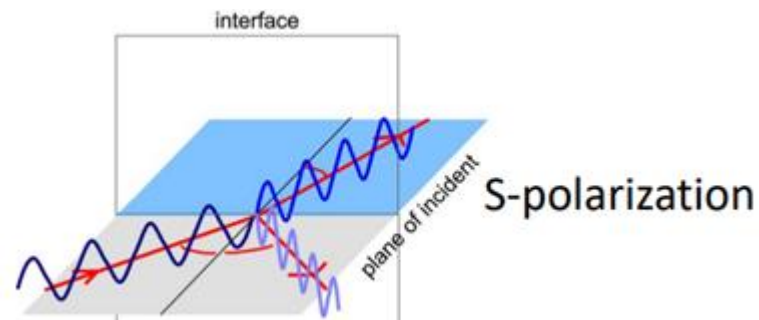
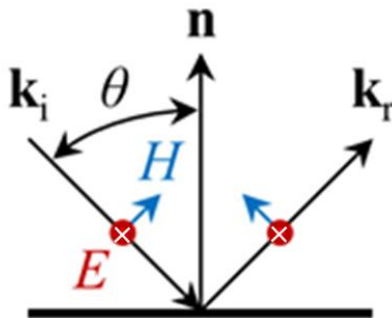


$$n = \sqrt{\epsilon_1} \quad \kappa = \frac{\epsilon_2}{2n}$$

Fala em na granicy 2 ośrodków

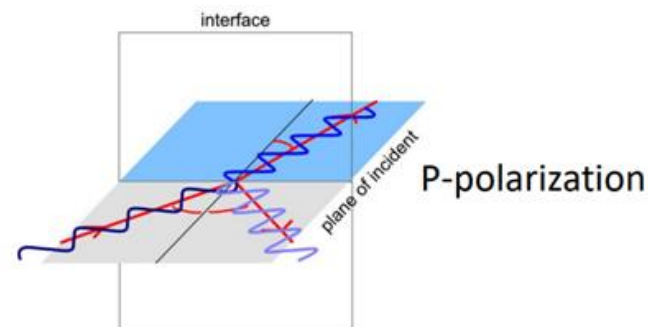
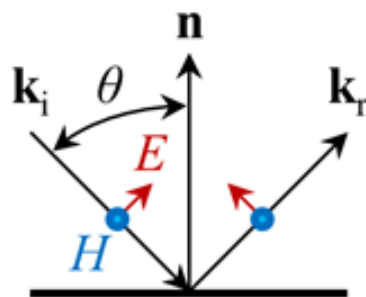
Wektor Poyntinga:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$



Fala poprzeczna elektryczna (TE)

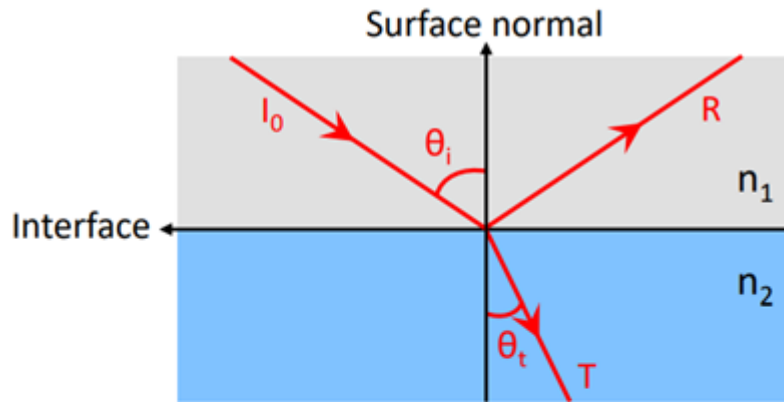
$\vec{E}$ prostopadłe do płaszczyzny padania - polaryzacja prostopadła (niem. Senkrecht)



Fala poprzeczna magnetyczna (TM)

$\vec{E}$ równoległe do płaszczyzny padania - polaryzacja równoległa

Współczynniki Fresnela



R: Reflectivity
T: Transmissivity
r: reflection coefficient
E: Electric field strength
I: Electric field Intensity

$$R + T = 1$$

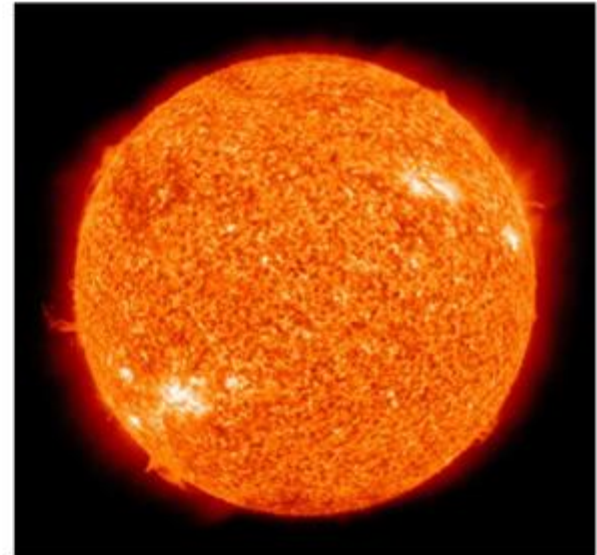
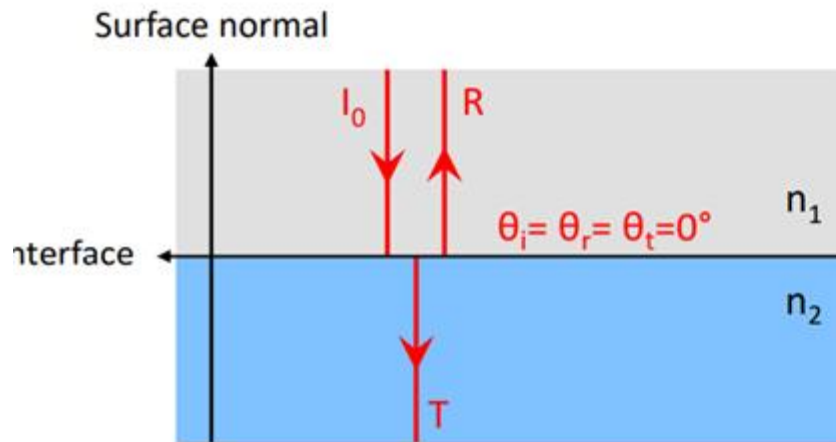
$$r = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)$$

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$I \propto E^2 \longrightarrow R = r^2$$

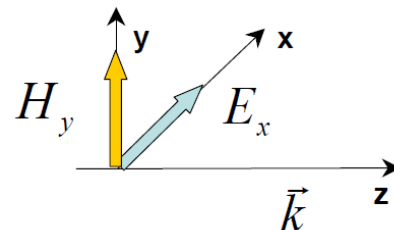
Kąt padania 0° Światło niespolaryzowane



$$\theta_i = 0^\circ \longrightarrow R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \qquad R = \frac{1}{2} (r_s^2 + r_p^2)$$

Warunki ciągłości na granicy 2 ośrodków

Niech fala em. spolaryzowana liniowo
rozchodzi się wzdłuż osi z:

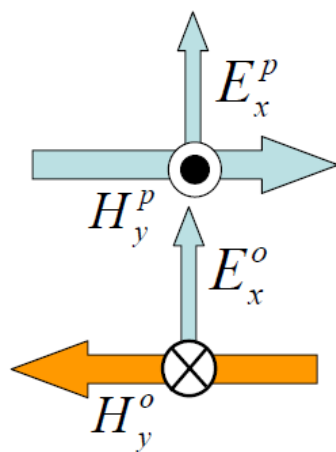


i pada prostopadłe na granicę 2 ośrodków.

próżnia $n=1$

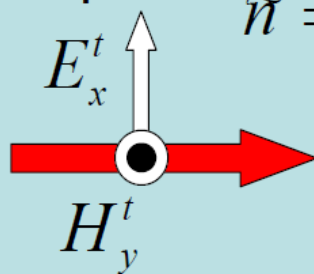
fala
padająca

fala
odbita



medium optyczne scharakteryzowane
przez

$$\tilde{n} = n + i\kappa$$



fala
propagująca się
w ośrodku

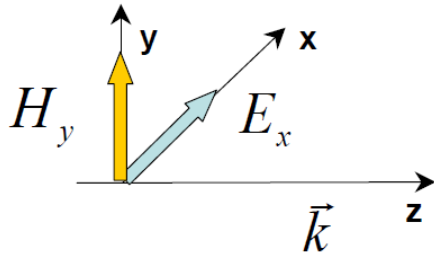
Wtedy

$$\begin{cases} E_x^t = E_x^p + E_x^o \\ H_y^t = H_y^p - H_y^o \end{cases}$$

oraz

$$\begin{cases} E_{x0}^t = E_{x0}^p + E_{x0}^o \\ H_{y0}^t = H_{y0}^p - H_{y0}^o \end{cases}$$

Związek między polem elektrycznym i magnetycznym fali e.m.



$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_{x0} e^{i(kz - \omega t)} \\ H_y(z,t) = H_{y0} e^{i(kz - \omega t)} \end{cases}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \nabla_x & \nabla_y & \nabla_z \\ E_{x0} e^{i(kz - \omega t)} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_y (ik) E_{x0} e^{i(kz - \omega t)}$$

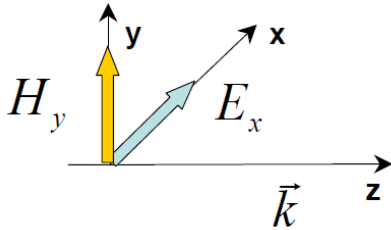
$$\Rightarrow k E_{x0} = \mu_0 \mu_r \omega H_{y0}$$

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{e}_y \mu_0 \mu_r (i\omega) H_{y0} e^{i(kz - \omega t)}$$



$$H_{y0} = \frac{k E_{x0}}{\mu_0 \mu_r \omega} = \frac{\tilde{n} E_{x0}}{c \mu_0 \mu_r}$$

Współczynnik odbicia



$$H_{y0} = \frac{kE_{x0}}{\mu_0\mu_r\omega} = \frac{\tilde{n}E_{x0}}{c\mu_0\mu_r}$$

Warunki ciągłości na granicy 2 ośrodków:

$$\begin{cases} E_{x0}^t = E_{x0}^p + E_{x0}^o \\ H_{y0}^t = H_{y0}^p - H_{y0}^o \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_{x0}^t = E_{x0}^p + E_{x0}^o \\ \tilde{n}E_{x0}^t = E_{x0}^p - E_{x0}^o \end{cases}$$

$$\frac{E_x^o}{E_x^p} = \frac{1 - \tilde{n}}{1 + \tilde{n}} \Rightarrow R = \left| \frac{E_x^o}{E_x^p} \right|^2 = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

Dla κ małego (słaba absorpcja)

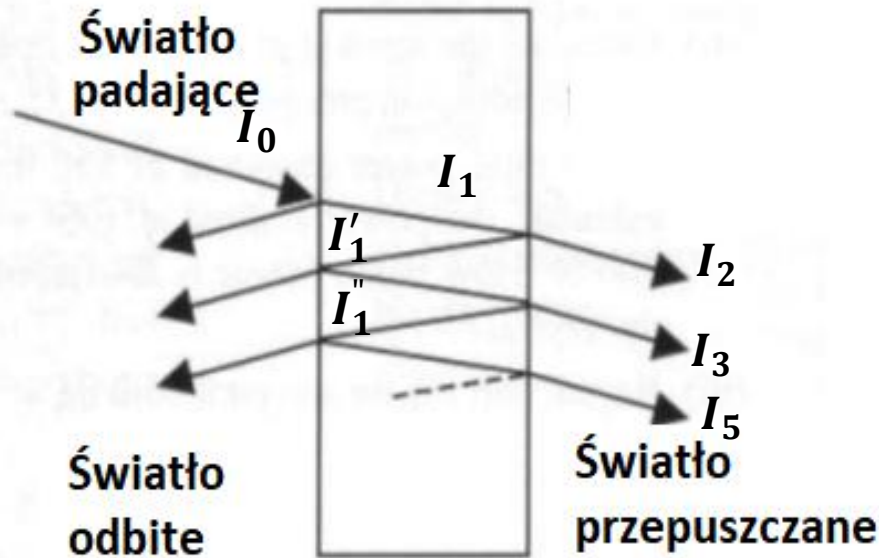
$$R = \left(\frac{n - 1}{n + 1} \right)^2$$

Dla ośrodków o różnych wsp. załamania

$$R = \left| \frac{\tilde{n}_2 - \tilde{n}_1}{\tilde{n}_2 + \tilde{n}_1} \right|^2$$

Odbicia wielokrotne – światło niespójne

Założenie: $R_1 = R_2 = R$



$$I_1 = I_0(1 - R)$$

$$I_2 = I_1(1 - R)e^{-\alpha d} = I_0(1 - R)^2 e^{-\alpha d}$$

$$I_1' = I_1 R e^{-\alpha d} = I_0 R (1 - R) e^{-\alpha d}$$

$$I_1'' = I_1' R e^{-\alpha d} = I_0 R^2 (1 - R) e^{-2\alpha d}$$

$$I_3 = I_1'' (1 - R) e^{-\alpha d} = I_0 R^2 (1 - R)^2 e^{-3\alpha d}$$

$$I_5 = I_0 R^4 (1 - R)^2 e^{-5\alpha d}$$

Suma nieskończonego szeregu geometrycznego:

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - R^2 e^{-2\alpha d}}$$

α duże

$$T = (1 - R)^2 e^{-\alpha d}$$

α małe

$$T = \frac{(1 - R)^2}{1 - R^2} = \frac{1 - R}{1 + R}$$

$$R = \frac{1 - T}{1 + T}$$

Odbicia wielokrotne – światło spójne

Jeśli długość koherencji $d_k > d$ $\Rightarrow$

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - 2Re^{-\alpha d} \cos \Phi + R^2 e^{-2\alpha d}}$$

gdzie Φ jest przesunięciem fazowym po zamknięciu jednego cyklu przejścia przez próbkę.

Jeśli $\alpha d \gg 1$ $\Rightarrow$ $T = (1 - R)^2 e^{-\alpha d}$

Metale

Właściwości:

- połyskliwa, gładka powierzchnia
- ciągliwość i kowalność
- dobre przewodnictwo elektryczne
- dobre przewodnictwo cieplne

Właściwości te wynikają z faktu, że w metalach koncentracja nośników swobodnych jest bardzo duża. Nośniki te pochodzą z powłok walencyjnych atomów metalu. Elektrony nie są związane z konkretnym jonem dodatnim i mogą się swobodnie poruszać.

Elektrony swobodne nie doświadczają siły przeciwdziałającej wychyleniu w polu elektrycznym.

Jony i swobodne elektrony w metalu oraz w silnie domieszkowanych półprzewodnikach możemy traktować jak plazmę.

Odbicie metaliczne

Traktujemy ruch elektronu w ośrodku pod wpływem pola elektrycznego fali elektromagnetycznej, jak ruch w ośrodku z tłumieniem:

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_0 \gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad *$$

gdzie $\tau = \frac{1}{\gamma}$ - czas rozpraszania, związany z tłumieniem i założmy, że pole elektryczne oscyluje z częstotliwością ω :

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

Postulujemy rozwiązanie postaci:

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$$

Po podstawieniu do * otrzymujemy:

$$x(t) = \frac{eE(t)}{m_0(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

Odbicie metaliczne

Polaryzacja gazu elektronowego o koncentracji elektronów N :

$$P(t) = -Nex(t) = -\frac{Ne^2 E(t)}{m_0(\omega^2 + i\gamma\omega)} \quad x(t) = \frac{eE(t)}{m_0(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

Indukcja elektryczna:

$$D(t) = \varepsilon_0 E(t) + P = \varepsilon_0 E(t) - \frac{Ne^2}{m_0(\omega^2 + i\gamma\omega)} E(t) \quad \text{oraz} \quad D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E$$

gdzie ε_r - przenikalność elektryczna względna. Porównując obydwa wzory otrzymujemy:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} \quad \omega_p = \left(\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

 **Częstość plazmowa**

Słabe tłumienie $\gamma \cong 0$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Wtedy dla $\omega < \omega_p$ $\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{-1 \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega^2}} = i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega^2}} = i \sqrt{C(\omega)}$

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \left| \frac{i\sqrt{C(\omega)} - 1}{i\sqrt{C(\omega)} + 1} \right|^2 = \frac{C(\omega) + 1}{C(\omega) + 1} = 1 \quad \longrightarrow \quad \text{Odbicie metaliczne}$$

Natomiast dla $\omega > \omega_p$ $\tilde{n} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$

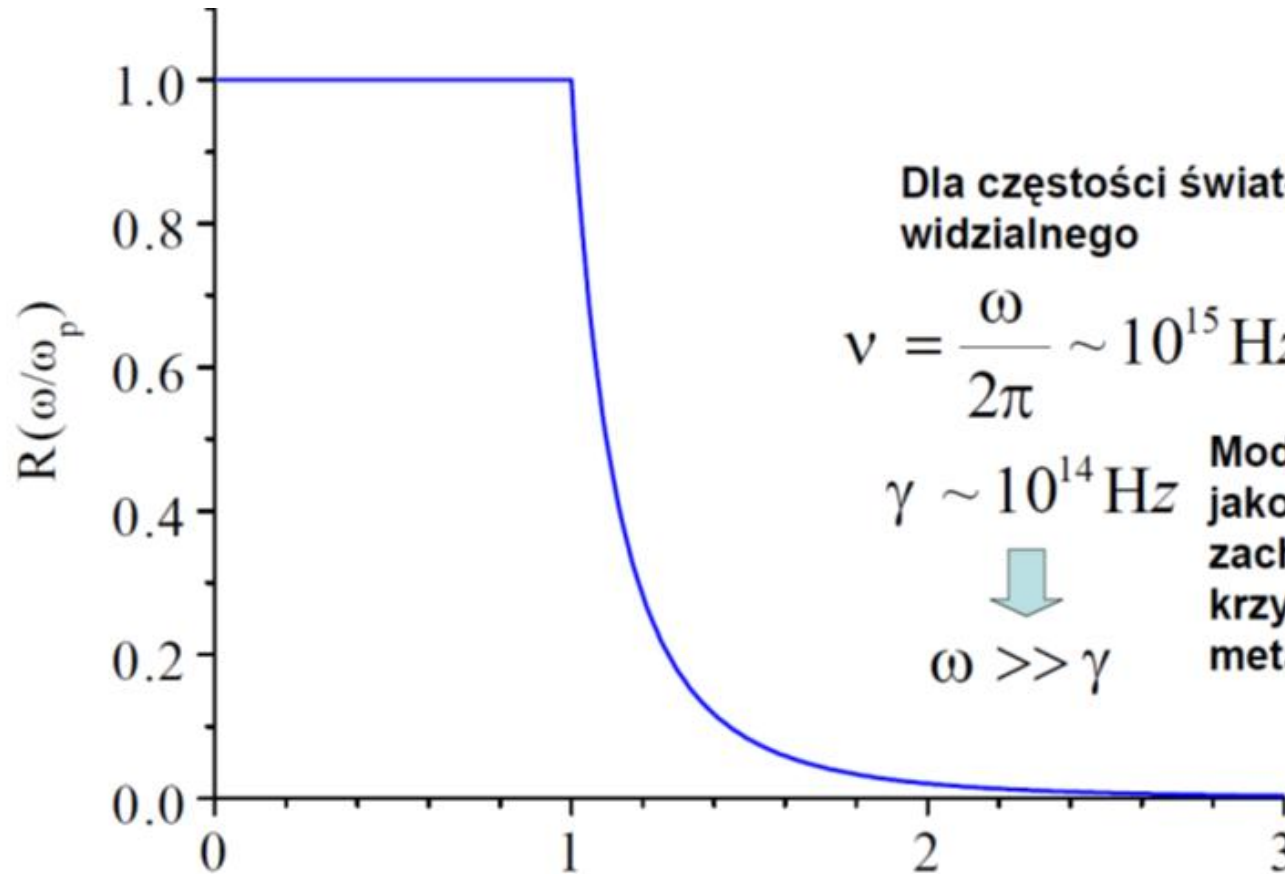
$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} - 1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} + 1} \right|^2 \quad \longrightarrow \quad \text{Odbicie częściowe}$$

$\omega \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$
 $\omega = \omega_p, R = 1$

Współczynnik odbicia dla metali i półprzewodników silnie domieszkowanych

$$\omega \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$$

$$\omega = \omega_p, R = 1$$



Dla częstości światła z obszaru widzialnego

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \sim 10^{15} \text{ Hz}$$

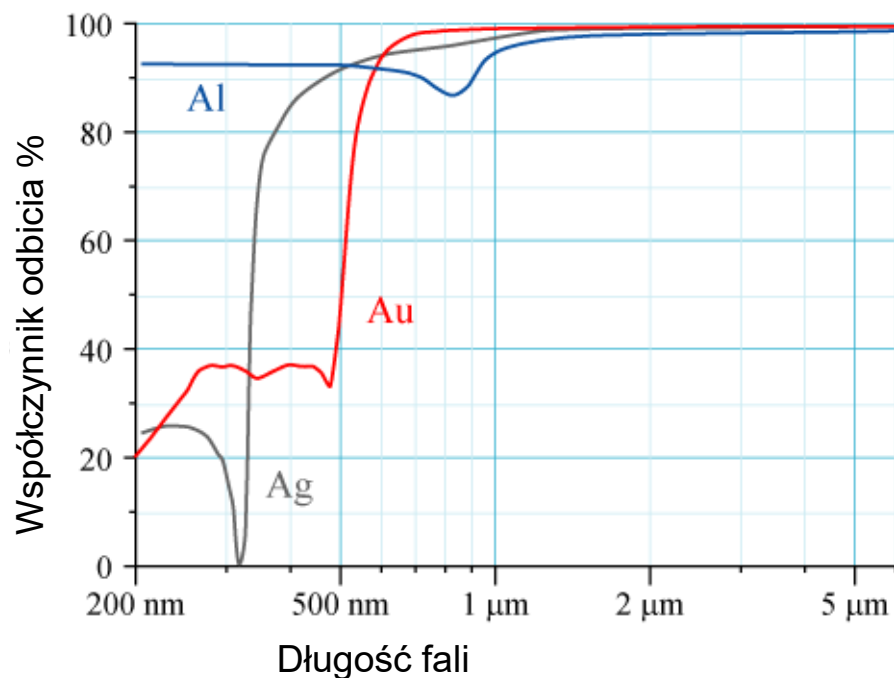
$$\gamma \sim 10^{14} \text{ Hz}$$



$$\omega \gg \gamma$$

Model Drudego jakościowo opisuje zachowanie krzywej odbicia metali.

Współczynnik odbicia dla metali



Metal	Valency	N (10^{28} m^{-3})	$\omega_p/2\pi$ (10^{15} Hz)	λ_p (nm)
Li (77 K)	1	4.70	1.95	154
Na (5 K)	1	2.65	1.46	205
K (5 K)	1	1.40	1.06	282
Rb (5 K)	1	1.15	0.96	312
Cs (5 K)	1	0.91	0.86	350
Cu	1	8.47	2.61	115
Ag	1	5.86	2.17	138
Au	1	5.90	2.18	138
Be	2	24.7	4.46	67
Mg	2	8.61	2.63	114
Ca	2	4.61	1.93	156
Al	3	18.1	3.82	79

W tabeli podano częstości plazmowe obliczone ze wzoru

$$\omega_p = \left(\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

Minimum odbicia dla złota ok. 500nm jest związane z absorpcją wewnątrz pasmową, która odpowiada za żółte zabarwienie złota. Dotyczy to również minimum ok. 800nm dla Al i minimum ok. 320nm dla Ag

Model Drudego - absorpcja i przewodność

Pokażemy, że $\epsilon_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}$ gdzie σ przewodność właściwa ośrodka.

Oscylujący wektor elektryczny fali elektromagnetycznej: $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

powoduje, że elektrony w ośrodku poruszają się z prędkością, która też oscyluje.

$$* \quad m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_0 \gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad \gamma = \frac{1}{\tau}$$

gdzie $\tau = \frac{1}{\gamma}$ - czas rozpraszania, odpowiedzialny za tłumienie.

Równanie * można zapisać: $\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - e\vec{E}(t)$ gdzie $\vec{p} = m\vec{v}$

Rozwiązanie tego równania: $\vec{v}(t) = \frac{-e\tau}{m_0} \frac{1}{(1 - i\omega\tau)} \vec{E}(t)$

Model Drudego - absorpcja i przewodność

Pokażemy, że $\alpha = \sqrt{2\sigma_0\omega\mu_0}$

Równanie ruchu elektronu w polu można zapisać jeszcze inaczej:

$$m_0 \frac{d^2x}{dt^2} + m_0\gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad \gamma = \frac{1}{\tau} \quad \tau - \text{czas rozproszenia pędowego}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} + \gamma\vec{p} = -e\vec{E}(t) \quad \longrightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - e\vec{E}(t)$$

Skoro zewnętrzne pole elektryczne oscyluje periodycznie,

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

To spodziewamy się również periodycznego zachowania prędkości:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 e^{-i\omega t} \quad \longrightarrow \quad \vec{v}(t) = \frac{-e\tau}{m_0} \frac{1}{(1-i\omega\tau)} \vec{E}(t)$$

Gęstość prądu jest związana z prędkością nośników

$$\vec{j}(t) = -Ne\vec{v} = \sigma\vec{E} \quad \longrightarrow$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau}$$

$$\sigma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m_0} \quad - \text{przewodnictwo stałoprądowe}$$

Model Drudego - absorpcja i przewodność

$$\frac{\sigma_0}{\tau} = \frac{Ne^2}{m_0} \quad \varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$


$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \tau} \frac{1}{(\omega^2 + i\frac{\omega}{\tau})} = 1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega} \frac{1}{(\tau\omega + i)}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \frac{i}{\omega i(\tau\omega + i)} = 1 - \frac{i\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega(i\omega\tau - 1)} = 1 + i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega(1 - i\omega\tau)}$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_r(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$$

Pomiary optyczne $\varepsilon_r(\omega)$

są równoważne pomiarowi
przewodnictwa zmiennoprądowego!

Model Drudego - absorpcja i przewodność

Rozważmy sytuację niskich częstości $\omega\tau \ll 1$ $\epsilon_r(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}$

Składowe zespolonej funkcji dielektrycznej

$$\epsilon_r = \epsilon_1 + i\epsilon_2$$

będą miały postać:

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}$$

$$\omega\tau \ll 1 \Rightarrow \epsilon_2 \gg \epsilon_1$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$n \approx \kappa = \sqrt{\epsilon_2 / 2}$$

$$\omega_p^2 \tau = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$$

$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} = \sqrt{\frac{2\omega_p^2 \tau \omega}{c^2}} = \sqrt{2\sigma_0 \omega \mu_0}$$

Współczynnik absorpcji jest proporcjonalny do pierwiastka z stałoprądowego przewodnictwa i częstości...

Efekt naskórkowy

Z równania $\alpha = \sqrt{2\sigma_0\omega\mu_0}$ wynika, że fala o częstości ω wnika do metalu na głębokość

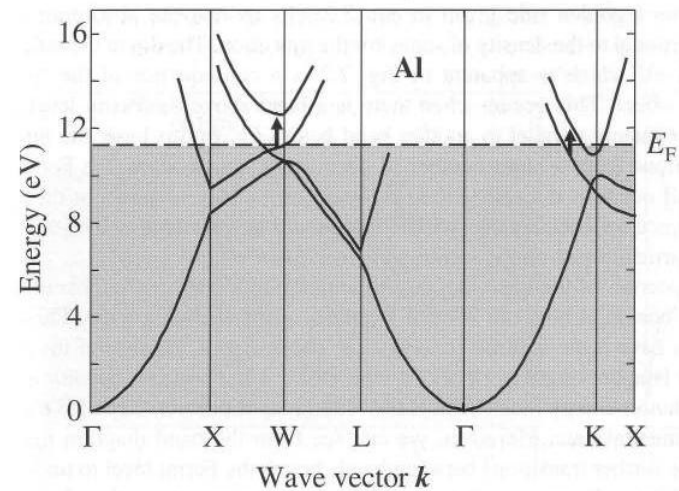
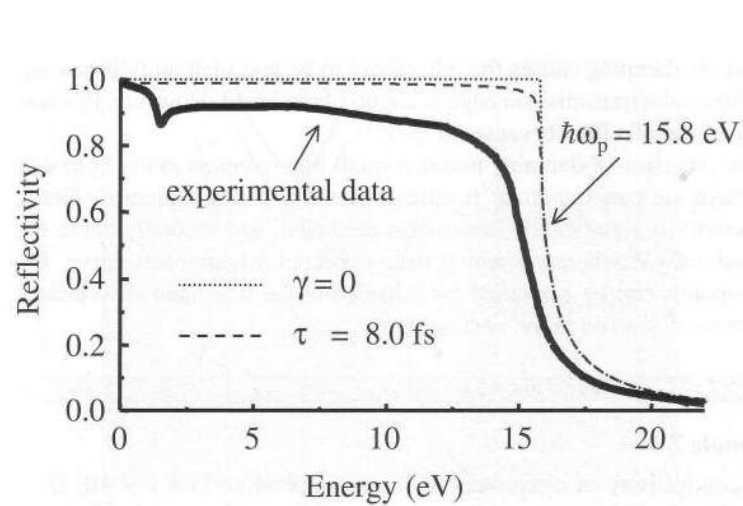
$$\delta = \frac{2}{\alpha} = \left(\frac{2}{\sigma_0\omega\mu_0} \right)^{1/2} *$$

(jeśli pole elektryczne zanika jak $e^{-z/\delta}$, to natężenie światła – jak $e^{-2z/\delta}$).

Przewodność miedzi $\sigma_0 = 6.5 \cdot 10^7 \Omega^{-1}m^{-1}$. Jak wynika ze wzoru * przy częstości 50Hz głębokość wnikania $\delta = 8.8mm$. Przy częstości 100MHz tylko $6.2\mu m$.

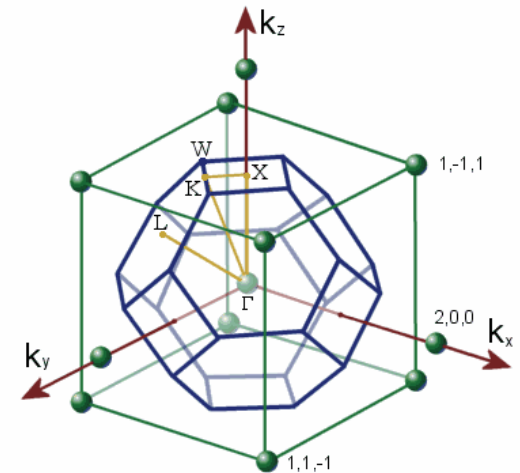
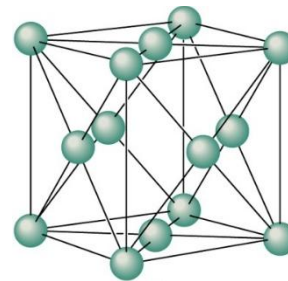
Pole zanikające wykładniczo w głąb przewodnika nazywa się falą ewanescentną.

Absorpcja wewnątrz pasmowa w Al

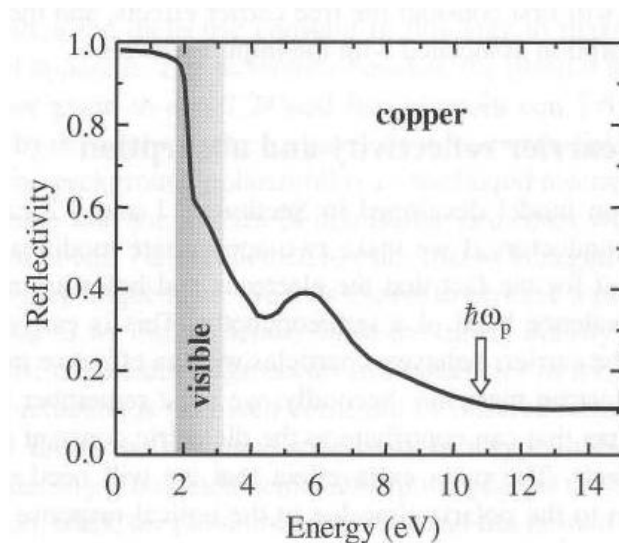
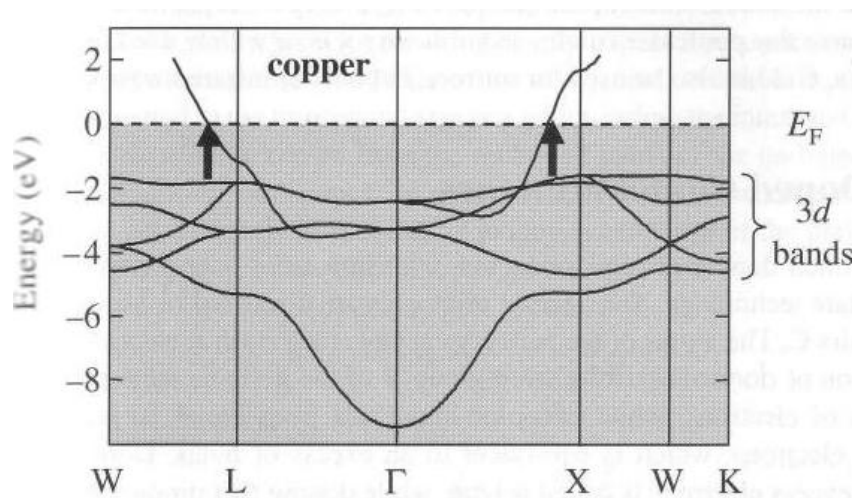


M.Fox, Optical Properties of Solids

Dolek ok. 1.5eV jest związany z absorpcją wewnątrz pasma przewodnictwa w punktach W i K I strefy Brillouina.
Absorpcja jest wynikiem równoległych pasm w tych punktach.



Absorpcja wewnątrz pasmowa w Cu



M.Fox, Optical Properties of Solids

Energia odpowiadająca częstości plazmowej jest równa ok. 11eV. Wg modelu Drudego, dla fotonów o energii mniejszej od tej energii, współczynnik odbicia powinien być bliski 100%. Tymczasem w wyniku przejść wewnątrz pasma przewodnictwa przy energii 2.2 eV ($\lambda = 560nm$) następuje spadek współczynnika odbicia. Z tą absorpcją związane jest czerwone zabarwienie miedzi.

W złocie absorpcja wewnątrz pasmowa występuje przy nieco wyższej energii, co odpowiada za żółte zabarwienie złota.